

### Avances en ciencia y tecnología de fabricación

## Modelado de la cinemática de dos robots con notación Denavit-Hartenberg

Andrzej Burghardt, Wincenty Skwarek

aDepartamento de Mecánica Aplicada y Robótica, Universidad Tecnológica de Rzeszov bComplejo Escolar de Educación Técnica y General Juan Pablo II No. 4, Jaslo, Polonia

Resumen Este artículo presenta una descripción y metodología para la construcción de un modelo cinemático para la formación de robots móviles de dos ruedas que transportan una viga utilizando la notación Denavit-Hartenberg. Se resolvieron las tareas de cinemática simple e inversa de esta formación. Las soluciones de las tareas cinemáticas se presentan en coordenadas de unión y coordenadas globales. Los resultados obtenidos se simularon utilizando el paquete Matlab-Simulink junto con la animación de la solución mediante un emulador programado de

Palabras clave formación de robots, cinemática, notación Denavit-Hartenberg, matriz de transformación

### 1. Introducción

En la actualidad, los vehículos autónomos se utilizan cada vez más para transportar objetos en las salas de producción de las fábricas, almacenes o patios de almacenamiento. Muchos de los bienes a gran escala que se transportarán presentan un problema porque un solo robot no puede transportarlos y la construcción de maquinaria de transporte especializada puede no ser rentable. La idea de transportar objetos utilizando formaciones compuestas por varios robots, que después de completar una tarea determinada, pueden usarse en una configuración diferente para llevar a cabo las siguientes tareas, proviene del mundo de la naturaleza. Este enfoque se justifica económicamente porque un determinado tipo de robot se puede utilizar papardioveasastisnissico de la formación el centro del haz transportado; E, El tema del transporte de objetos mediante formaciones de robots ha sido abordado repetidamente en trabajos científicos como, por ejemplo, el problema de empujar una caja [1], empujar un peso considerable que tiene su propio soporte en forma de ruedas [2], transportar un objeto ubicado sobre los robots [3], mover un objeto mediante robots ubicados junto a ellos [4] o transportar un haz mediante dos robots [5]. Al construir un sistema de control, es necesario conocer el modelo matemático de la cinemática del sistema de transporte examinado, que se utilizará para construir un modelo matemático que describa la dinámica de ese sistema o para construir un sistema de control basado solo en la cinemática.

La cinemática se puede describir usando los llamados métodos clásicos basados en la construcción de un plan de velocidad de puntos de formación característicos [6] o usando la llamada notación Denavit-Hartenberg (DH) [7], que se usa muy a menudo para describir la cinemática de sistemas multimiembro y es ampliamente utilizada

Este artículo presenta el problema del transporte de rayos por dos robots móviles con ruedas (WMR) AmigoBot basados en la notación DH. Se supone que los robots transportan el haz a lo largo del plano XY horizontal como se muestra en la Figura 1.

La tarea de los robots es transportar una viga con una longitud de l. Los robots están conectados a la viga en los puntos H1 v H2 mediante uniones atornilladas, constituyendo pares cinemáticos de quinto grado. Se distinguen puntos característicos en la formación: M, siendo el centro temporal de rotación de la formación; A1 y A2, puntos ubicados en el eje de las ruedas de los robots individuales en el centro entre las ruedas; B1, C1 y C2, puntos restantes de los centros del robot

individual B2, ruedas; y K1, P1, K2 y P2, puntos de contacto de ruedas robóticas individualescon el suelo. También se distinguen valores característicos: xM, yM, coordenadas del punto característico de la formación en el sistema básico (estacionario); φ, ángulo de rotación del haz transportado con respecto al sistema básico; yo

distancia entre los puntos y A o B y C; , haz el punto distancia de la de enganche con el robot desde el punto A; r, radio de la rueda motriz del robot; β1f, β2f, ángulos de rotación de los robots individuales en relación con el haz transportado (sistema de formación); α11, α21, α12, α22, ángulos de giro de las ruedas que accionan los robots.

<sup>\*</sup>Correo electrónico: andrzejb@prz.edu.pl, wincentyskwarek@op.pl



<sup>\*</sup>Autor para correspondencia: Andrzej Burghardt, Wincenty Skwarek

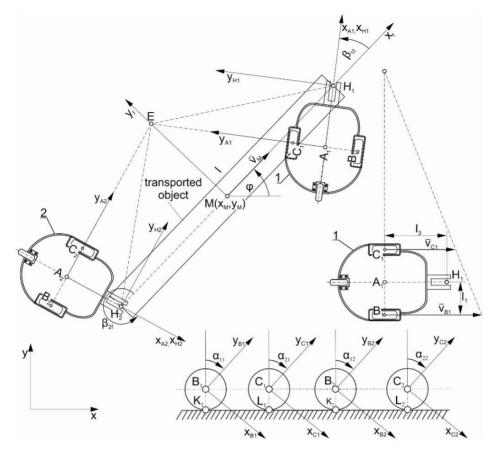


Figura 1. Formación de robots móviles de dos ruedas transportando una viga.

En el caso de estos ángulos, se han adoptado los siguientes símbolos: el primer dígito indica el número de la rueda y el segundo dígito indica el número del robot.

Los AmigoBot WMR utilizados tienen, además de dos ruedas motrices, una rueda de apoyo autoajustable, pero esto se ha omitido en la creación del modelo asumiendo que tiene un efecto insignificante en la cinemática de todo el sistema.

### 2. Formulación de Tareas Cinemáticas

Al analizar la cinemática de formación, se resuelven dos tareas. La primera tarea es una tarea cinemática simple, cuyo propósito en este caso es determinar los parámetros cinemáticos del haz transportado en forma de velocidad y ubicación del punto M, así como la velocidad angular y el ángulo de rotación del haz. viga, suponiendo que se conocen los parámetros cinemáticos de los accionamientos. La segunda tarea es la tarea de cinemática inversa que consiste en determinar los parámetros cinemáticos de los accionamientos asumiendo que se conoce la velocidad lineal del punto característico de la formación, en este caso la velocidad del punto M y la velocidad angular del haz transportado .

La solución de la tarea de cinemática inversa se utiliza para construir el sistema de control, por lo que suele ser más importante que la solución de la tarea de cinemática simple, que puede utilizarse para construir, como en el caso de los autores, un emulador de formación de robots. trabajar.

# 3. Desempeño de ecuaciones de movimiento basadas en la notación DH

Al comenzar a generar ecuaciones de movimiento, el primer paso es asociar sistemas de referencia locales a cada punto característico de la formación WMR que transporta el haz y a un sistema de referencia estacionario llamado sistema base (Figura 1).

Después de definir los sistemas, se introdujeron las matrices de transformación entre estos sistemas.

2 - 2 -

Modelado de la cinemática de la cinemáti

 $\frac{3-\frac{2}{2}}{\frac{32}{2}}$  =  $\frac{32}{22}$  0 0 1

13

13

 $2^{\frac{2}{2}} \stackrel{?}{=} \stackrel{?}{=} \stackrel{?}{=} \frac{2^{\frac{2}{2}}}{2} \stackrel{?}{=} \stackrel{?}{=$ 

Las dependencias (9)–(12) son matrices de transformación de sistemas de referencia asociados con los puntos B1 , C1 , B2 y C2 del sistema base.

A continuación se determinaron los vectores de coordenadas de los puntos de contacto de las rue das del robot con el suelo en sistemas de referencia locaças asociados à 0-los centros de las rue das para obtener

1 1

Las vetocidades de los puntos de contacto de las ruedas robóticas individuales con el piso son descritos por las dependencias

Después de tenêrên cuenta las dependencias (1)–(8) en (9)–(12), 1 31 31 31 se obtuvieron dependencias detêrminantiola transformación - 2

asociados con los puntaistibitas de B2, 1 3 1 2 1 y C2 al sistema base, que luego se diferenciarón en 1 3 2 1 relación con el tiempo y sustituido junto con las dependencias 2 (13)–(16) a (17)–(20). También se supuso que no había deslizamiento longitudinal y transversal de las ruedas del robot, por lo que los lados izquierdos de las ecuaciones (17)–(20) son vectores cero.

8-La ecuación (1) muestra la matriz de transformación del sistema 0 asociada a la viga en el punto M al sistema base.

Las siguientes dos matrices escritas en las dependencias (2) y (3) son las matríces de transformación entre los auntos H1 y H2

asociado con robot individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 23 con el ni individuates en el sistema asociado 24 con el ni individuates en el sistema asociado 24 con el ni individuates en el ni individuate

La dependencia (4) presenta la matriz de transformación del (11) ( sistema en Ai de un rebot dado al sistema en Hi de este repot, 011

0 0 020 1<sup>3</sup> 21 donde es el número de robot.

Las cuatro ecuaciones anteriores (5)–(8) muestran la transformación mattiças entre sistemas lasociados a los puntos B1 y B2 para el sistema asociado al punto y los sistemas asociados a los puntos B2 y

Avances en ciencia y tecnología de fabricación

1 11

Después de considerar las condiciones anteriores, finalmente se recibieron las siguientes:

 $\frac{2}{2}$   $\frac{1}{7}$   $\frac{1}$ 

### 4. Solución de Tareas de Cinemática

Todo el procedimiento de cálculo presentado en la Sección 3 se llevó a cabo utilizando el programa Maple™, que es una herramienta muy conveniente para los cálculos simbólicos y matriciales-vectoriales. Maple también se utilizó para determinar tareas cinemáticas.

 2
 1
 2
 2
 3
 2
 2
 12

 1
 2
 2
 3
 2
 2
 12

 1
 2
 1
 2
 3
 2
 2
 12

 2
 3
 2
 2
 12

 2
 3
 2
 2
 12

tarea de cinemática simple. 2 1 - 2 3 4.1. Solución de la - 2 2 1 - 2 3 2 1 2 3 2

Como se mencionó en la Sección³2, resolver la tarea cinemática simple en el caso analizado se reduce a determinar los parámetros cinemáticos del haz transportado, asumiendo que los parámetros cinemáticos de los variadores son conocidos en el - 2 2 1 - angularrema dite las revelos dimitivad duales de los rebots - 2 222 1 2 3 que transportan el haz. 2 - 2 22 22 22 1 Al resolver los sistemas de ecuaciones (21)–(24), se obtuvieron las siguientes ecuaciones:

Adicionalmente, se determinaron las velocidades angulares de los robots para obtener

(23)

(23)

 $1 = \frac{+1}{21} + 1 + 1 - 3 + 2 - 3 +$ 

22 22

Angulos de rotación de los mágos bagitos mágitos regordades angulares  $\frac{1}{2-1}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1$ 

 $\frac{1}{2} \stackrel{\text{def}}{=} 4 \stackrel{2}{\longrightarrow} 4 \stackrel{3}{\longrightarrow} 4 \stackrel{3}{\longrightarrow} 4 \stackrel{2}{\longrightarrow} 4 \stackrel{1}{\longrightarrow} 4 \stackrel{2}{\longrightarrow} 4$ 

$$+ \frac{2}{2} + \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{11}}{2 \frac{2}{11}} - \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{1}}{2 \frac{2}{1}} + \frac{\frac{2}{12} \frac{3}{12}}{2 \frac{2}{11}} + \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{12} \frac{2}{2}}{2 \frac{2}{11}} + \frac{\frac{2}{2} \frac{3}{12} \frac{2}{2}}{2 \frac{2}{11}} = \frac{2}{12}$$

$$11^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \frac{1}{1} 1 \frac{1}{7} \frac{1}{7} \frac{1}{7} \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{1} \frac{1}{3} \frac{1}{7} \frac{1}{2} \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{7} \frac{1}{7} \frac{1}{1} \frac{1}{7} \frac{1}{$$

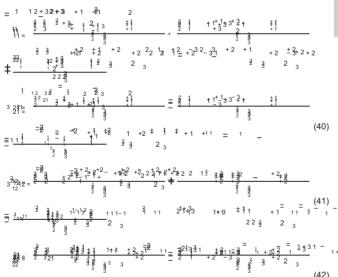
$$_{\frac{2}{2}} \equiv \frac{1}{2} \, _{1} \, _{2} \, _{1} \, _{2} \, _{2} \, _{1} \, _{1} \, _{2} \, _{2} \, _{2} \, _{38} ) \, _{22}$$
 (38)

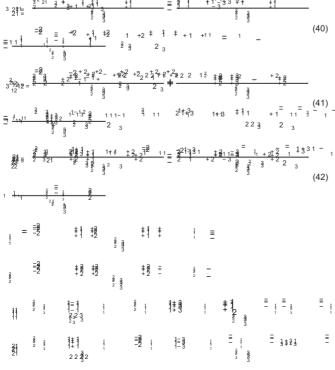
Las ecuaciones (34)-(36) brindan una solución al problema cinemático simple enriquecido por las ecuaciones (37) y (38) que se usaron para construir el emulador del trabajo de formación.

haz. Se busican los parámetros cinemáticos de los accionamientos,

1 = 3 1 22 relocidades angulares de las ruedas que impulsan a los robots. Por las ecuaciones (49) y (50) y se pueden usar para más +2 -1 +2 realizardd, el procedificiento de resolución de las ecuaciones (21)-(24) con análisis de formación.

En cuanto a las variables secophidivieron las siguientes ecuaciones:





Por sustificación: de las dependencias (30)–(33) cont (39)–(44), el  $_3$  (42), el  $_4$  (32)  $_2$  (33) cont (39)–(44), el  $_3$ 

Las ecuaciones (45)-(48) son una solución al problema de cinemática inversa presentado en coordenadas globales

#### 5. Simulaciones

(Leas simulaciones de las soluciones obtenidas se realizaron en el entorno Matlab/Simulink. Se diseñó un emulador de robot para visualizar el comportamiento de los robots, generando una vista de los robots junto con el objeto transportado a una determinada frecuencia.

La tarea de transporte es transportar una viga con una longitud de I = 1 [m] en la Figura 2 con un punto característico que se mueve a lo largo de la pista que se muestra en la Figura 3, y la velocidad lineal de este punto siempre será tangente a la viga transportada.

Se supusieron condiciones iniciales: el punto M de la viga está en el¹comienzo del sistema de referencia global, y el ángulo entre el haz y el eje x es 0 [rad].

Para asegurar el movimiento de la viga de acuerdo con los criterios asumidos, se generaron la velocidad lineal del punto M que se muestra en la Figura 4 y la velocidad angular de la viga trapsportada en la Figura 5, ambas velocidades deben ser al menos de clase C2 [8].

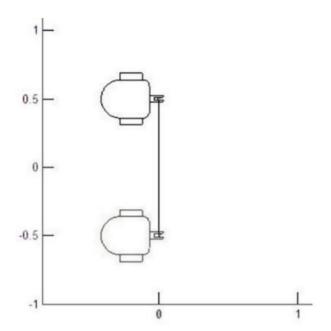


Figura 2. Definición de la tarea de transporte.

Con los parámetros seleccionados de esta manera, se pueden distinguir las siguientes fases de movimiento, varias de las cuales se repiten: aceleración, conducción en línea recta a la velocidad establecida, entrada en una esquina, giro en una esquina y frenado.

La tarea del modelo construido en Simulink era resolver la tarea de cinemática inversa que resultó en la determinación de la velocidad angular de las ruedas que impulsan a los robots. Después de realizar la simulación, se obtuvieron los resultados para el primer robot que se muestra en la Figura 6 y el segundo robot que se muestra en la Figura 7.

La imagen obtenida utilizando el emulador de trabajo del robot se muestra

La imagen obtenida utilizando el emulador de trabajo del robot se muestra en la Figura 8.

Después de analizar la animación del movimiento del robot obtenida usando el emulador de trabajo y la imagen recibida del registro de animación, no se encontró que los robots pudieran moverse incorrectamente. No se observó deriva de los robots ni orientación incorrecta de los marcos de los robots durante el movimiento, lo que prueba la corrección de las soluciones obtenidas.

#### 6. Conclusión

El método presentado en este artículo de la cinemática de una formación WMR usando la notación DH es universal y conveniente de implementar. Una ventaja adicional es la posibilidad de utilizar software para cálculos simbólicos y matriciales-vectoriales, lo que acelera significativamente el proceso de generación de ecuaciones cinemáticas en comparación con otros métodos. En este trabajo se modeló una formación formada por dos robots, pero es muy fácil extender el problema a n-robots que transportan un objeto voluminoso. Los resultados obtenidos son consistentes con los resultados obtenidos en base a otros métodos [9]. Otras conclusiones son

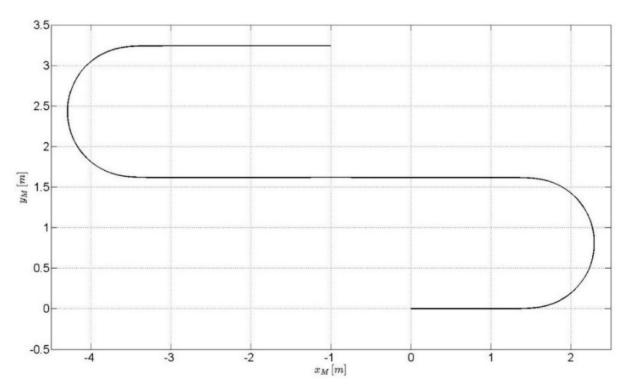


Figura 3. Trayectoria del punto M

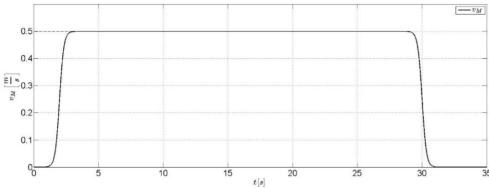


Figura 4. Velocidad del punto M.

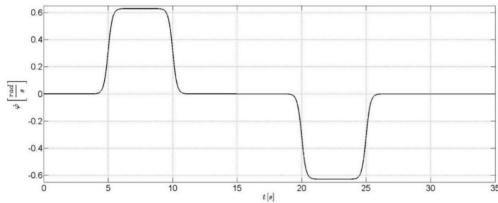


Figura 5. Velocidad angular del haz transportado.

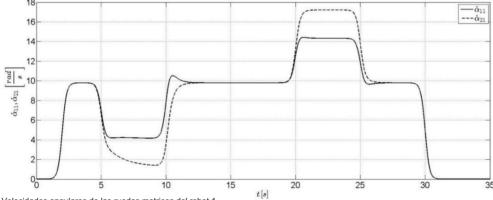


Figura 6. Velocidades angulares de las ruedas motrices del robot 1.

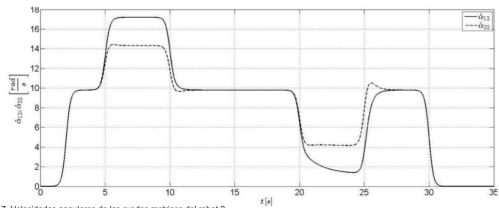


Figura 7. Velocidades angulares de las ruedas motrices del robot 2.

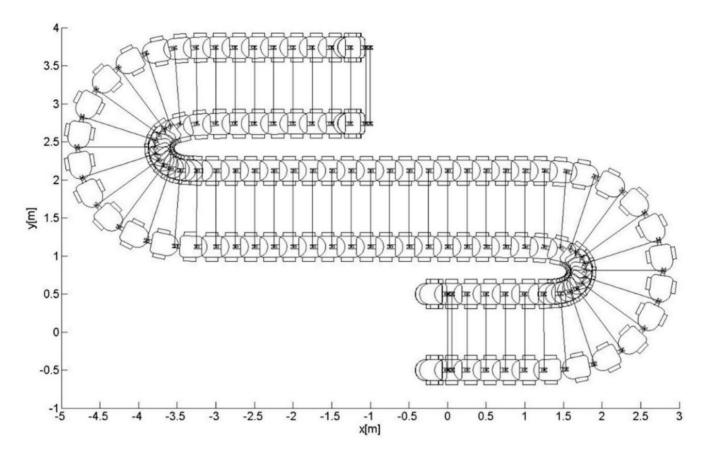


Figura 7. Velocidades angulares de las ruedas motrices del robot 2.

dirigido a la necesidad de más investigación sobre la interacción de los robots con el objeto transportado y el medio ambiente. En resumen, el modelo cinemático obtenido y la metodología de obtención del mismo pueden utilizarse en la investigación de formaciones más complejas, así como para construir un modelo dinámigo. KHATIB, et al.: Coordinación vehículo/brazo y cooperación descentralizada de

### Referencias

- [1] C. ZIELINSKI, P. TROJANEK: Cooperación estigmergica de robots autónomos. J Mec. Mach. Teoría, 44 (2009), 656-670.
- [2] N. MIYATA, et al.: Transporte cooperativo por múltiples vehículos móviles bots en entornos estáticos desconocidos asociados con tiempo real asignación de tareas. IEEE Trans Rob Autom., 18 (2002), 769-780.
- [3] K. KOSUGE, et al.: Transporte de un solo objeto por dos de Robots móviles no holonómicos con control centralizado. proc. IEEE en ter Conf. Robótica y Automatización, Lovaina 1998, 4, 2989-2994.

- [4] Z.-D. WANG, E. NAKANO, T. MATSUKAWA: Cooperando mul tiple comportamiento - robots basados en la manipulación de objetos, proc. 1994 IEEE/RSJ Inter Conf Intelligent Robots and Systems, Múnich 1994, 1524-1531.
- múltiples manipuladores móviles. proc. 1996 IEEE/RSJ Inter. Conf. Robots y sistemas inteligentes, Osaka 1996, 546-553.
- [6] A. BURGHARDT, J. GIERGIEL: Cinemática de la formación de un robot en el transporte de gran tamaño. Polaco J. Environ. Stud., 20(2011), 41-45.
- [7] J. GIERGIEL, T. BURATOWSKI: Modelado cinemático del Robot AmigoBot. mecánico mecánico Ing., 14(2010), 57-64.
- [8] A. BURGHARDT: Modelowanie i sterowanie formacją robotów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2013.
- [9] A. BURGHARDT, W. SKWAREK: Cinemática de grupos de robots. modelo Ing., 69(2019), 12-16.