

Capítulo 3

CINEMATICA AVANZADA: EL DENAVID-HARTENBERG CONVENCIÓN

En este capítulo desarrollamos las ecuaciones cinemáticas directas o de configuración para robots rígidos. El problema de la cinemática directa tiene que ver con la relación entre las articulaciones individuales del manipulador del robot y la posición y orientación de la herramienta o efector final. Expresado de manera más formal, el problema de la cinemática directa consiste en determinar la posición y orientación del efector final, dados los valores de las variables conjuntas del robot. Las variables articulares son los ángulos entre los eslabones en el caso de rótulas o rotacionales, y la extensión del eslabón en el caso de prismáticas o deslizantes. El problema de la cinemática directa debe contrastarse con el problema de la cinemática inversa, que se estudiará en el próximo capítulo, y que se ocupa de determinar los valores de las variables articulares que logran una posición y orientación deseadas para el efector final del robot.

3.1 Cadenas cinemáticas

Como se describe en el Capítulo 1, un robot manipulador se compone de un conjunto de enlaces conectados entre sí por varias articulaciones. Las articulaciones pueden ser muy simples, como una articulación giratoria o prismática, o pueden ser más complejas, como una articulación esférica. (Recuerde que una articulación giratoria es como

72CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

una bisagra y permite una rotación relativa alrededor de un solo eje, y una articulación prismática permite un movimiento lineal a lo largo de un solo eje, a saber, una extensión o retracción.) La diferencia entre las dos situaciones es que, en el primer caso, la articulación tiene solo un solo grado de libertad de movimiento: el ángulo de rotación en el caso de una articulación giratoria y la cantidad de desplazamiento lineal en el caso de una articulación prismática. Por el contrario, una articulación de rótula tiene dos grados de libertad. En este libro se supone que todas las juntas tienen un solo grado de libertad. Tenga en cuenta que la suposición no implica ninguna pérdida real de generalidad, ya que las articulaciones como una rótula (dos grados de libertad) o una muñeca esférica (tres grados de libertad) siempre se pueden considerar como una sucesión de uniones de un solo grado de libertad con eslabones de longitud cero en el medio.

Con el supuesto de que cada articulación tiene un solo grado de libertad, la acción de cada articulación se puede describir mediante un solo número real: el ángulo de rotación en el caso de una articulación giratoria o el desplazamiento en el caso de una articulación prismática. El objetivo del análisis cinemático directo es determinar el efecto acumulativo del conjunto completo de variables conjuntas. En este capítulo desarrollaremos un conjunto de convenciones que proporcionan un procedimiento sistemático para realizar este análisis. Por supuesto, es posible llevar a cabo un análisis de cinemática directa incluso sin respetar estas convenciones, como hicimos para el ejemplo del manipulador plano de dos vínculos en el Capítulo 1. Sin embargo, el análisis cinemático de un manipulador de n vínculos puede ser extremadamente complejo y las convenciones que se presentan a continuación simplifican considerablemente el análisis. Además, dan lugar a un lenguaje universal con el que los ingenieros de robots pueden comunicarse.

Un robot manipulador con n articulaciones tendrá $n + 1$ enlaces, ya que cada articulación conecta dos enlaces. Numeramos los nudos del 1 al n , y numeramos los eslabones del 0 al n , comenzando desde la base. Por esta convención, la articulación i conecta el enlace $i - 1$ al enlace i . Consideraremos que la ubicación de la articulación i es fija con respecto al vínculo $i - 1$. Cuando se acciona la articulación i , el vínculo i se mueve. Por lo tanto, el eslabón 0 (el primer eslabón) está fijo y no se mueve cuando se accionan las articulaciones. Por supuesto, el robot manipulador podría ser móvil (por ejemplo, podría montarse en una plataforma móvil o en un vehículo autónomo), pero no consideraremos este caso en el presente capítulo, ya que puede manejarse fácilmente ampliando ligeramente las técnicas. presentado aquí.

con el q_i conjunta, asociamos una variable conjunta, denotada por q_i . En el caso de una articulación giratoria, q_i es el ángulo de rotación, y en el caso de una

3.1. CADENAS CINEMATICAS

73

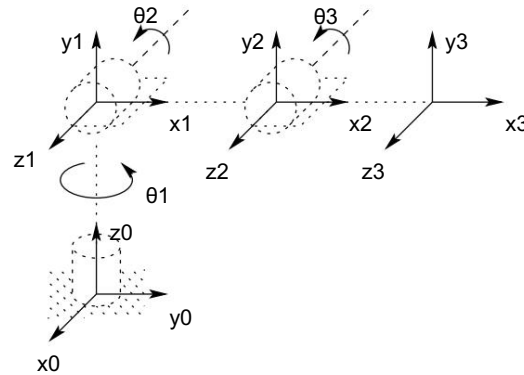


Figura 3.1: Marcos de coordenadas adjuntos al manipulador de codo.

articulación prismática, q_i es el desplazamiento de la articulación:

$$q = \begin{matrix} \theta_i : \text{articulación } i \text{ giratoria} \\ d_i : \text{articulación } i \text{ prismática} \end{matrix} \quad (3.1)$$

Para realizar el análisis cinemático, adjuntamos rígidamente un marco de coordenadas a cada enlace. En particular, adjunto $o_i x_i y_i z_i$ al enlace i . Esto significa que, independientemente del movimiento que ejecute el robot, las coordenadas de cada punto en el vínculo i son constantes cuando se expresan en el marco de coordenadas i . Además, cuando se activa la articulación i , el eslabón i y su marco adjunto, $o_i x_i y_i z_i$, experimentan un movimiento resultante. El marco $o_0 x_0 y_0 z_0$, que está unido a la base del robot, se denomina marco inercial. La Figura 3.1 ilustra la idea de unir marcos rígidamente a los eslabones en el caso de un manipulador de codo.

Supongamos ahora que A_i es la matriz de transformación homogénea que expresa la posición y orientación de $o_i x_i y_i z_i$ con respecto a $o_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$.

La matriz A_i no es constante, sino que varía a medida que cambia la configuración del robot. Sin embargo, la suposición de que todas las articulaciones son giratorias o prismáticas significa que A_i es una función de una única variable conjunta, a saber, q_i . En otras palabras,

$$A_i = A_i(q_i). \quad (3.2)$$

Ahora bien, la matriz de transformación homogénea que expresa la posición y orientación de $o_j x_j y_j z_j$ con respecto a $o_i x_i y_i z_i$ se denomina, por convención, matriz de transformación, y se denota por T_j^i . Del capítulo 2 vemos que

$$T_j^i = A_{i+1} A_{i+2} \dots A_{j-1} A_j \text{ si } i < j$$

74CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

$$\begin{aligned} T_j^i &= I \text{ si } i=j \\ T_j^i &= (T_i^j)^{-1} \text{ si } j > i. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Por la forma en que hemos unido rígidamente los diversos marcos a los enlaces correspondientes, se deduce que la posición de cualquier punto en el efector final, cuando se expresa en el marco n , es una constante independiente de la configuración del robot. Denote la posición y orientación del efector final con respecto al marco de referencia o base mediante un O_0 de tres vectores (que da las coordenadas del origen del marco del efector final con respecto al marco base) y la matriz de rotación de 3×3 R_0^n , y definir el matriz de transformación homogénea

$$H = \begin{bmatrix} R_0^n & O_0^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Entonces la posición y orientación del efector final en el marco inercial son dados por

$$H = T_{0n}^0 = A_1(q_1) \cdots A_n(q_n). \quad (3.5)$$

Cada transformación homogénea A_i es de la forma

$$A_i = \begin{bmatrix} R_{i-1}^i & O_{i-1}^{i-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Por eso

$$T_j^i = A_{i+1} \cdots A_j = \begin{bmatrix} R_{i+1}^j & O_{i+1}^j \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

La matriz R_{j-1}^j expresa la orientación de $o_{j-1}x_{j-1}y_{j-1}z_{j-1}$ relativa a $o_ix_iy_iz_i$ y está dada por las partes rotacionales de las matrices A como

$$R_{j-1}^j = R_{j-1}^i \cdots R_{j-1}^{j-1}. \quad (3.8)$$

Los vectores de coordenadas O_j^i vienen dadas recursivamente por la fórmula

$$O_j^i = O_{j-1}^i + R_{j-1}^i O_{j-1}^{j-1}. \quad (3.9)$$

Estas expresiones serán útiles en el capítulo 5 cuando estudiemos las matrices jacobianas.

En principio, ¡eso es todo lo que hay que hacer para la cinemática directa! Determina el funciones $A_i(q_i)$, y multiplíquelas según sea necesario. Sin embargo, es posible lograr una cantidad considerable de racionalización y simplificación mediante introduciendo convenciones adicionales, como la representación Denavit-Hartenberg de una articulación, y este es el objetivo del resto del capítulo.

3.2 Representación de Denavit Hartenberg

Si bien es posible realizar todo el análisis de este capítulo usando un marco arbitrario adjunto a cada enlace, es útil ser sistemático en la elección de estos marcos. Una convención comúnmente utilizada para seleccionar marcos de referencia en aplicaciones robóticas es la convención Denavit-Hartenberg o DH. En esta convención, cada transformación homogénea A_i se representa como un producto de cuatro transformaciones básicas

$$\begin{aligned}
 A_i &= R_{z,\theta_i} \text{Trans}_{z,d_i} \text{Trans}_{x,a_i} R_{x,\alpha_i} \quad (3.10) \\
 &= \begin{pmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ s\alpha_i & c\alpha_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & c\alpha_i & s\alpha_i & a_i c\theta_i & s\theta_i \\ c\theta_i & c\alpha_i & -c\theta_i & s\alpha_i & a_i s\theta_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & 0 & d_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

donde las cuatro cantidades θ_i , d_i , a_i y α_i son parámetros asociados con el vínculo i y el nudo i . Los cuatro parámetros a_i , α_i , d_i y θ_i en (3.10) generalmente reciben los nombres de longitud del vínculo, torsión del vínculo, desplazamiento del vínculo y ángulo de unión, respectivamente. Estos nombres se derivan de aspectos específicos de la relación geométrica entre dos marcos de coordenadas, como se verá a continuación. Dado que la matriz A_i es una función de una sola variable, resulta que tres de las cuatro cantidades anteriores son constantes para un vínculo dado, mientras que el cuarto parámetro, θ_i para una articulación giratoria y d_i para una articulación prismática, es la variable conjunta.

Del Capítulo 2 se puede ver que una matriz de transformación homogénea arbitraria se puede caracterizar por seis números, como, por ejemplo, tres números para especificar la cuarta columna de la matriz y tres ángulos de Euler para especificar la matriz de rotación superior izquierda de 3×3 . En la representación DH, en cambio, sólo hay cuatro parámetros. ¿Cómo es esto posible? La respuesta es que, si bien se requiere que el marco i esté unido rígidamente al vínculo i , tenemos una libertad considerable para elegir el origen y los ejes de coordenadas del marco. Por ejemplo, no es necesario que el origen, O_i , de la trama i se coloque en el extremo físico del enlace i . De hecho, ni siquiera es necesario que el marco i se coloque dentro del enlace físico; el marco i podría estar en el espacio libre, siempre que el marco i esté rígidamente unido al eslabón i . Mediante una elección inteligente del origen y los ejes de coordenadas, es posible reducir el número de parámetros

76CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

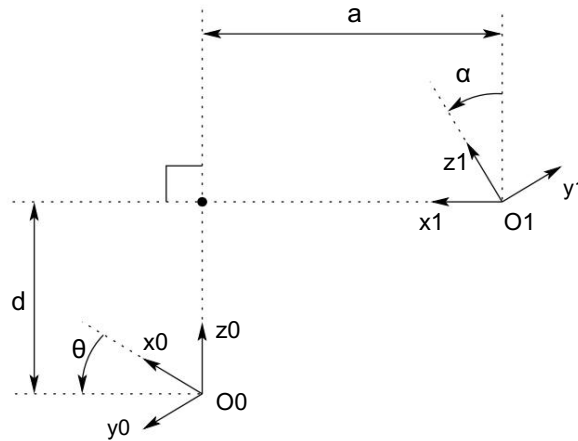


Figura 3.2: Marcos de coordenadas que satisfacen los supuestos DH1 y DH2.

necesarios de seis a cuatro (o incluso menos en algunos casos). En la Sección 3.2.1 mostraremos por qué y bajo qué condiciones se puede hacer esto, y en la Sección 3.2.2 mostraremos exactamente cómo hacer las asignaciones de marcos de coordenadas.

3.2.1 Cuestiones de existencia y singularidad

Claramente, no es posible representar ninguna transformación homogénea arbitraria usando solo cuatro parámetros. Por lo tanto, comenzamos por determinar qué transformaciones homogéneas pueden expresarse en la forma (3.10). Supongamos que nos dan dos marcos, indicados por los marcos 0 y 1, respectivamente. Entonces existe una única matriz de transformación homogénea A que toma las coordenadas del marco 1 en las del marco 0. Ahora suponga que los dos marcos tienen dos características adicionales, a saber:

(DH1) El eje x_1 es perpendicular al eje z_0

(DH2) El eje x_1 corta al eje z_0

como se muestra en la Figura 3.2. Bajo estas condiciones, afirmamos que existen números únicos a , d , θ , α tales que

$$A = R_{z,\theta} \text{Trans}_{z,d} \text{Trans}_{x,a} R_{x,\alpha} . \quad (3.11)$$

Por supuesto, dado que θ y α son ángulos, en realidad queremos decir que son únicos dentro de un múltiplo de 2π . Para mostrar que la matriz A se puede escribir en este

3.2. REPRESENTACIÓN DE DENAVIT HARTENBERG

77

forma, escribe A como

$${}^0_1A = \begin{bmatrix} {}^0R_1 & {}^0O_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

th y deja que r_i denote la i -ésima columna de la matriz de rotación 0R_1 . ahora lo haremos examinar las implicaciones de las dos restricciones DH.

Si (DH1) se cumple, entonces x_1 es perpendicular a z_0 y tenemos $x_1 \cdot z_0 = 0$. Expresando esta restricción con respecto a 0x_0y_0z_0 , usando el hecho de que r_1 es la representación del vector unitario x_1 con respecto al marco 0, obtenemos

$$0 = x_1^0 \cdot z_0^0 \quad (3.13)$$

$$= [r_{11}, r_{21}, r_{31}]^T \cdot [0, 0, 1]^T \quad (3.14)$$

$$= r_{31}. \quad (3.15)$$

Como $r_{31} = 0$, ahora solo necesitamos mostrar que existen ángulos únicos θ y α tal que

$${}^0R_1 = R_{x,\theta} R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta c\alpha & s\theta s\alpha \\ s\theta & c\theta c\alpha & -c\theta s\alpha \\ 0 & s\alpha & c\alpha \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

La única información que tenemos es que $r_{31} = 0$, pero esto es suficiente. Primero, ya que cada fila y columna de 0R_1 debe tener longitud unitaria, $r_{31} = 0$ implica que

$$\begin{aligned} r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 &= 1, \\ r_{32}^2 + r_{33}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Por lo tanto, existen únicos θ, α tales que

$$(r_{11}, r_{21}) = (c\theta, s\theta), \quad (r_{32}, r_{33}) = (s\alpha, c\alpha). \quad (3.18)$$

Una vez que se encuentran θ y α , es rutinario mostrar que los elementos restantes de 0R_1 debe tener la forma que se muestra en (3.16), utilizando el hecho de que 0R_1 es una rotación matriz.

A continuación, la suposición (DH2) significa que el desplazamiento entre O_0 y O_1 se puede expresar como una combinación lineal de los vectores z_0 y x_1 . Este se puede escribir como $O_1 = O_0 + dz_0 + ax_1$. Nuevamente, podemos expresar esta relación nave en las coordenadas de 0x_0y_0z_0 , y obtenemos

$${}^0O_1 = {}^0O_0 + dz_0 + a x_1 \quad (3.19)$$

78CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCIÓN DE DENAVIT-HARTENBERG

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & c\theta \\ 0 & +re & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & +un & s\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$= \begin{bmatrix} ac\theta \\ \text{como } \theta \\ d \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Combinando los resultados anteriores, obtenemos (3.10) como se afirma. Así, vemos que cuatro parámetros son suficientes para especificar cualquier transformación homogénea que satisfaga las restricciones (DH1) y (DH2).

Ahora que hemos establecido que cada matriz de transformación homogénea que satisface las condiciones (DH1) y (DH2) anteriores se puede representar en la forma (3.10), de hecho podemos dar una interpretación física a cada una de las cuatro cantidades en (3.10). El parámetro a es la distancia entre los ejes z_0 y z_1 , y se mide a lo largo del eje x_1 . El ángulo α es el ángulo entre los ejes z_0 y z_1 , medido en un plano normal a x_1 . El sentido positivo de α se determina de z_0 a z_1 mediante la regla de la mano derecha, como se muestra en la figura 3.3. El parámetro d es la distancia entre el origen

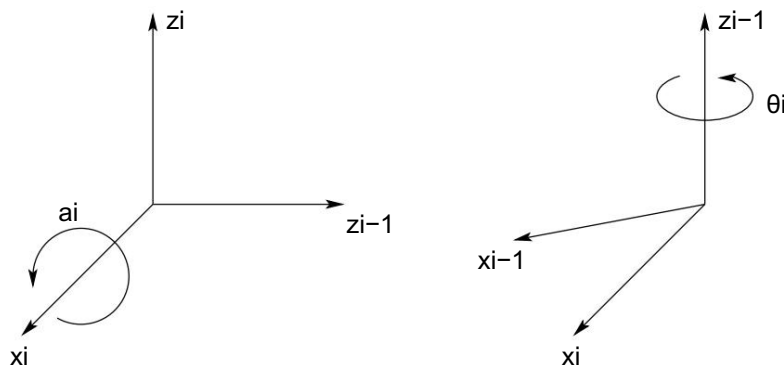


Figura 3.3: Sentido positivo de α_i y θ_i .

O_0 y la intersección del eje x_1 con z_0 medido a lo largo del eje z_0 .

Finalmente, θ es el ángulo entre x_0 y x_1 medido en un plano normal a z_0 .

Estas interpretaciones físicas resultarán útiles para desarrollar un procedimiento para asignar marcos de coordenadas que satisfagan las restricciones (DH1) y (DH2), y ahora centraremos nuestra atención en desarrollar dicho procedimiento.

3.2.2 Asignación de los marcos de coordenadas

Para un manipulador de robot dado, siempre se pueden elegir los marcos $0, \dots, n$ de tal manera que se cumplan las dos condiciones anteriores. En ciertas circunstancias, esto requerirá colocar el origen O_i del marco i en una ubicación que puede no ser intuitivamente satisfactoria, pero normalmente este no será el caso. Al leer el material a continuación, es importante tener en cuenta que las opciones de los diversos marcos de coordenadas no son únicas, incluso cuando están limitadas por los requisitos anteriores. Por lo tanto, es posible que diferentes ingenieros obtengan asignaciones de marcos de coordenadas diferentes, pero igualmente correctas, para los enlaces del robot. Es muy importante notar, sin embargo, que el resultado final (es decir, los marcos de enlace intermedios de la matriz T (asumiendo que los marcos de $\begin{smallmatrix} 0 \\ - \end{smallmatrix}$) será el mismo, independientemente de la asignación de coordenadas para el enlace n coinciden). Comenzaremos derivando el procedimiento general. Luego discutiremos varios casos especiales donde es posible simplificar aún más la matriz de transformación homogénea.

Para empezar, tenga en cuenta que la elección de z_i es arbitraria. En particular, de (3.16) vemos que al elegir α_i y θ_i apropiadamente, podemos obtener cualquier dirección arbitraria para z_i . Así, para nuestro primer paso, asignamos los ejes $z_0, \dots, z_{n-1}$ de una manera intuitivamente agradable. En concreto, asignamos a z_i el eje de actuación de la articulación $i + 1$. Así, z_0 es el eje de actuación de la articulación 1, z_1 es el eje de actuación de la articulación 2, etc. Hay dos casos a considerar: (i) si la articulación $i + 1$ es giratoria, z_i es el eje de revolución de la articulación $i + 1$; (ii) si la articulación $i + 1$ es prismática, z_i es el eje de traslación de la articulación $i + 1$. Al principio puede parecer un poco confuso asociar z_i con la articulación $i + 1$, pero recuerda que esto satisface la convención que establecimos en la Sección 3.1, a saber, que la articulación i está fija con respecto al marco i , y que cuando se acciona la articulación i , el eslabón i y su marco adjunto, $o_{ixiyizi}$, experimentan un movimiento resultante.

Una vez que hemos establecido los ejes z para los enlaces, establecemos el marco base. La elección de un marco base es casi arbitraria. Podemos elegir que el origen O_0 del marco base sea cualquier punto en z_0 . Luego elegimos x_0, y_0 de cualquier manera conveniente siempre que el marco resultante sea diestro. Esto configura el cuadro 0.

Una vez que se ha establecido el marco 0, comenzamos un proceso iterativo en el que definimos el marco i usando el marco $i - 1$, comenzando con el marco 1. La figura 3.4 será útil para comprender el proceso que ahora describimos.

Para configurar el marco i es necesario considerar tres casos: (i) los ejes z_{i-1}, z_i no son coplanares, (ii) los ejes z_{i-1}, z_i se intersecan (iii) los ejes z_{i-1}, z_i son paralelos. Tenga en cuenta que en ambos casos (ii) y (iii) los ejes z_{i-1} y z_i son coplanares. De hecho, esta situación es bastante común, como veremos en

80CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

Figura 3.4: Asignación de tramas Denavit-Hartenberg.

Sección 3.3. Consideremos ahora cada uno de estos tres casos.

(i) z_{i-1} y z_i no son coplanares: si z_{i-1} y z_i no son coplanares, entonces existe un único segmento de línea perpendicular tanto a z_{i-1} como a z_i tal que conecta ambas líneas y tiene una longitud mínima. La línea que contiene esta normal común a z_{i-1} y z_i define x_i y el punto donde esta línea se cruza con z_i es el origen O_i . Por construcción, ambas condiciones (DH1) y (DH2) se cumplen y el vector de O_{i-1} a O_i es una combinación lineal de z_{i-1} y x_i . La especificación del marco i se completa eligiendo el eje y_i para formar un marco de la derecha. Dado que se cumplen los supuestos (DH1) y (DH2), la matriz de transformación homogénea A_i tiene la forma (3.10).

(ii) z_{i-1} es paralelo a z_i : si los ejes z_{i-1} y z_i son paralelos, entonces hay infinitas normales comunes entre ellos y la condición (DH1) no especifica x_i por completo. En este caso, somos libres de elegir el origen O_i en cualquier lugar a lo largo de z_i . A menudo se elige O_i para simplificar las ecuaciones resultantes. Entonces, el eje x_i se elige para que esté dirigido desde O_i hacia z_{i-1} , a lo largo de la normal común, o como el opuesto de este vector. Un método común para elegir O_i es elegir la normal que pasa por O_{i-1} como el eje x_i ; O_i es entonces el punto en el que esta normal se cruza con z_i . En este caso, d_i sería igual a cero. Una vez que se fija x_i , se determina y_i , como de costumbre, por la regla de la mano derecha. Como los ejes z_{i-1} y z_i son paralelos, a_i será cero en este caso.

(iii) z_{i-1} corta a z_i : En este caso, x_i se elige normal al plano formado por z_i y z_{i-1} . La dirección positiva de x_i es arbitraria. lo mas

3.2. REPRESENTACIÓN DE DENAVIT HARTENBERG

81

elección natural para el origen O_i en este caso está en el punto de intersección de z_i y z_{i-1} . Sin embargo, cualquier punto conveniente a lo largo del eje z_i es suficiente. Tenga en cuenta que en este caso el parámetro a_i es igual a 0.

Este procedimiento constructivo funciona para tramas $0, \dots, n-1$ en un robot de enlace n . Para completar la construcción, es necesario especificar el marco n .

El sistema de coordenadas final $o_n x_n y_n z_n$ se conoce comúnmente como el efector final o el marco de la herramienta (consulte la Figura 3.5). El origen O_n es más a menudo

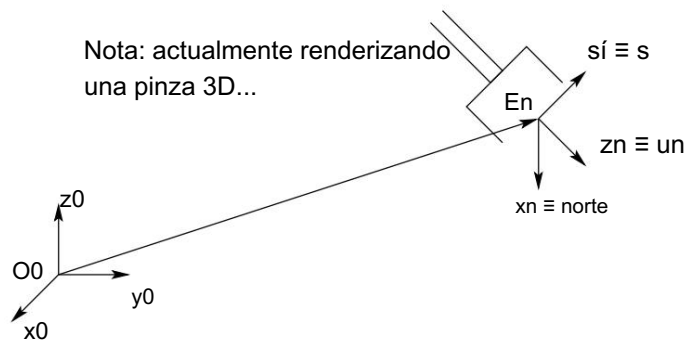


Figura 3.5: Asignación de cuadros de herramientas.

colocados simétricamente entre los dedos de la pinza. Los vectores unitarios a lo largo de los ejes x_n , y_n y z_n están etiquetados como n , s y a , respectivamente. La terminología surge del hecho de que la dirección a es la dirección de aproximación, en el sentido de que la pinza normalmente se acerca a un objeto a lo largo de la dirección a . De manera similar, la dirección s es la dirección de deslizamiento, la dirección a lo largo de la cual los dedos de la pinza se deslizan para abrirse y cerrarse, y n es la dirección normal al plano formado por a y s .

En los robots contemporáneos, el movimiento final de la articulación es una rotación del efector final por θ_n y los dos ejes finales de la articulación, z_{n-1} y z_n , coinciden. En este caso, la transformación entre los dos marcos de coordenadas finales es una traslación a lo largo de z_{n-1} por una distancia d_n seguida (o precedida) por una rotación de θ_n radianes alrededor de z_{n-1} . Esta es una observación importante que simplificará el cálculo de la cinemática inversa en el próximo capítulo.

Finalmente, tenga en cuenta el siguiente hecho importante. En todos los casos, ya sea que la articulación en cuestión sea giratoria o prismática, las cantidades a_i y α_i son siempre constantes para todo i y son características del manipulador. Si la articulación i es prismática, entonces θ_i también es una constante, mientras que d_i es la i . Si la articulación i es giratoria, entonces d_i es constante y θ_i es la i .

82CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

3.2.3 Resumen

Podemos resumir el procedimiento anterior basado en la convención DH en el siguiente algoritmo para derivar la cinemática directa para cualquier manipulador.

Paso 1: Ubique y etiquete los ejes de articulación $z_0, \dots, z_{n-1}$.

Paso 2: Establecer el marco base. Establezca el origen en cualquier lugar del eje z_0 .

Los ejes x_0 e y_0 se eligen convenientemente para formar un marco de mano derecha.

Para $i = 1, \dots, n - 1$, realice los pasos 3 a 5.

Paso 3: Ubique el origen O_i donde la normal común a z_i y z_{i-1} se cruza con z_i . Si z_i se cruza con z_{i-1} , localice O_i en esta intersección. Si z_i y z_{i-1} son paralelos, ubique O_i en cualquier posición conveniente a lo largo de z_i .

Paso 4: Establezca x_i a lo largo de la normal común entre z_{i-1} y z_i a través o en la dirección $z_{i-1} \times z_i$, normal al plano $z_{i-1} - z_i$ si z_{i-1} y z_i se cruzan.

Paso 5: Establezca y_i para completar un marco de mano derecha.

Paso 6: establecer el marco del efector final en $x_n y_n z_n$. Suponiendo que la n -ésima articulación es giratoria, establezca $z_n = a$ a lo largo de la dirección z_{n-1} . Establezca el origen O_n convenientemente a lo largo de z_n , preferiblemente en el centro de la pinza o en la punta de cualquier herramienta que lleve el manipulador. Establezca $y_n = s$ en la dirección del cierre de la pinza y establezca $x_n = n$ como $s \times a$. Si la herramienta no es una pinza simple, ajuste x_n e y_n convenientemente para formar un marco de mano derecha.

Paso 7: Cree una tabla de parámetros de enlace $a_i, d_i, \alpha_i, \theta_i$.

a_i = distancia a lo largo de x_i desde O_i hasta la intersección de x_i y z_{i-1}
hachas

d_i = distancia a lo largo de z_{i-1} desde O_{i-1} hasta la intersección de los ejes x_i y z_{i-1} .
 d_i es variable si la articulación i es prismática. α_i = el

ángulo entre z_{i-1} y z_i medido con respecto a x_i (ver Figura 3.3).

θ_i = el ángulo entre x_{i-1} y x_i medido con respecto a z_{i-1} (ver Figura 3.3). θ_i es variable si la articulación i es giratoria.

Paso 8: Forme las matrices de transformación homogéneas A_i sustituyendo los parámetros anteriores en (3.10).

Paso 9: Formulario $T_{\text{---}}^0 = A_1 \cdot \dots \cdot A_n$. Esto luego da la posición y orientación.
del marco de la herramienta expresado en coordenadas base.

3.3 Ejemplos

En la convención DH, el único ángulo variable es θ , por lo que simplificamos la notación escribiendo c_i para $\cos \theta_i$, etc. También denotamos $\theta_1 + \theta_2$ como θ_{12} y $\cos(\theta_1 + \theta_2)$ como c_{12} , y así sucesivamente. En los siguientes ejemplos, es importante recordar que la convención DH, aunque sistemática, aún permite una libertad considerable en la elección de algunos de los parámetros del manipulador. Esto es particularmente cierto en el caso de ejes de articulaciones paralelas o cuando se trata de articulaciones prismáticas.

Ejemplo 3.1 Manipulador de codo plano

Considere el brazo plano de dos vínculos de la figura 3.6. Los ejes de articulación z_0 y

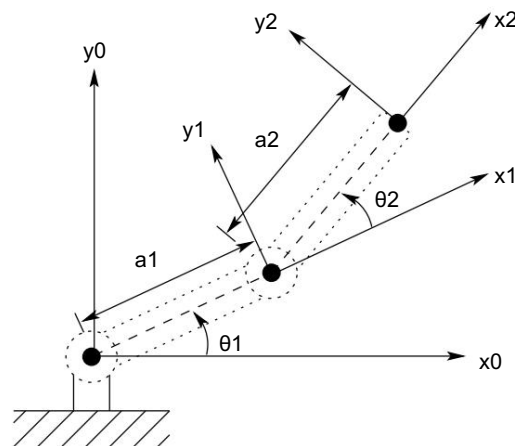


Figura 3.6: Manipulador plano de dos vínculos. Todos los ejes z apuntan fuera de la página y no se muestran en la figura.

z_1 son normales a la página. Establecemos el marco base $o_0x_0y_0z_0$ como se muestra.

El origen se elige en el punto de intersección del eje z_0 con la página y la dirección del eje x_0 es completamente arbitraria. Una vez que se establece el marco base, el marco $o_1x_1y_1z_1$ se fija como se muestra en la convención DH, donde el origen O_1 se ha ubicado en la intersección de z_1 y la página.

El cuadro final $o_2x_2y_2z_2$ se fija eligiendo el origen O_2 al final del enlace 2 como se muestra. Los parámetros del enlace se muestran en la Tabla 3.1. Las matrices A son

84CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

Tabla 3.1: Parámetros de enlace para manipulador plano de 2 enlaces.

Enlace	a_i	α_i	d_i	θ_i		
1	a_1	0	0	θ_1		1
2	a_2	0	0	θ_2		2

variable

determinado a partir de (3.10) como

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Las matrices T están dadas por lo tanto por

$$T_1^0 = A_1. \quad (3.24)$$

$$T_2^0 = A_1 A_2 = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Observe que las dos primeras entradas de la última columna de T_2^0 son la x y la y componentes del origen O_2 en el marco base; eso es,

$$\begin{aligned} x &= a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ y &= a_1 s_1 + a_2 s_{12} \end{aligned} \quad (3.26)$$

son las coordenadas del efector final en el marco base. La parte rotacional de T_2^0 da la orientación del marco $o_2 x_2 y_2 z_2$ en relación con el marco base.

Ejemplo 3.2 Robot cilíndrico de tres vínculos

Considere ahora el robot cilíndrico de tres eslabones representado simbólicamente por Figura 3.7. Establecemos O_0 como se muestra en la articulación 1. Tenga en cuenta que la colocación de

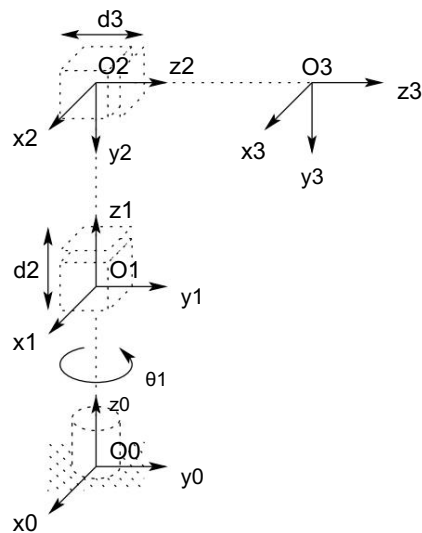


Figura 3.7: Manipulador cilíndrico de tres enlaces.

Tabla 3.2: Parámetros de enlace para manipulador cilíndrico de 3 enlaces.

Enlace	a_i	α_i	d_i	θ_i
1			d_1	θ_1
2	0	-90°	d_2	0
3			d_3	0

variable

el origen O_0 a lo largo de z_0 así como la dirección del eje x_0 son arbitrarios. Nuestra elección de O_0 es la más natural, pero O_0 también podría colocarse en la articulación 2. El eje x_0 se elige normal a la página. Luego, dado que z_0 y z_1 coinciden, se elige el origen O_1 en el nodo 1 como se muestra. El eje x_1 es normal a la página cuando $\theta_1 = 0$ pero, por supuesto, su dirección cambiará ya que θ_1 es variable. Como z_2 y z_1 se intersecan, el origen O_2 se coloca en esta intersección. La dirección de x_2 se elige paralela a x_1 para que θ_2 sea cero. Finalmente, el tercer cuadro se elige al final del enlace 3 como se muestra.

Los parámetros del enlace ahora se muestran en la Tabla 3.2. La A correspondiente

86CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

y las matrices T son

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 & s_1 \\ c_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & -s_1 d_3 & 0 \\ s_1 & c_1 d_3 & d_1 + d_2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Ejemplo 3.3 Muñeca esférica

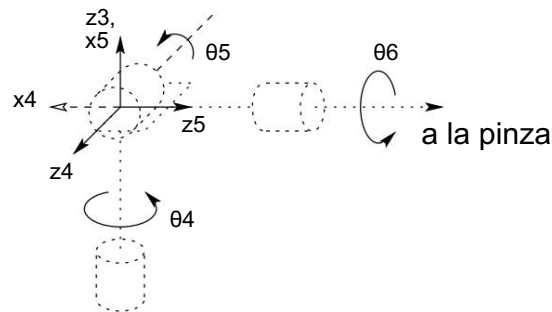


Figura 3.8: Asignación del marco de la muñeca esférica.

La configuración de la muñeca esférica se muestra en la Figura 3.8, en la que los ejes articulares z_3 , z_4 , z_5 se cruzan en O . Los parámetros de Denavit-Hartenberg se muestran en la Tabla 3.3. El manipulador de Stanford es un ejemplo de manipulador que posee una muñeca de este tipo. De hecho, el siguiente análisis se aplica a prácticamente todas las muñecas esféricas.

3.3. EJEMPLOS

87

Tabla 3.3: Parámetros DH para muñeca esférica.

Enlace	a_i	d_i	θ_i	ϕ_i
4			0	0
5	0	0	0	0
6		0	d_6	0

variable

Mostramos ahora que las tres variables conjuntas finales, θ_4 , θ_5 , θ_6 son los ángulos de Euler ϕ , θ , ψ , respectivamente, con respecto al marco de coordenadas $o_3x_3y_3z_3$. Para ver esto, solo necesitamos calcular las matrices A_4 , A_5 y A_6 utilizando la tabla 3.3 y la expresión (3.10). Esto da

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & -s_4 & 0 & s_4 & 0 \\ c_4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & s_5 & 0 & 0 \\ -c_5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 & s_6 & 0 \\ c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Multiplicando estos rendimientos juntos

$$T_6^3 = A_4 A_5 A_6 = \begin{bmatrix} R_6^3 & O_6^3 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$= \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_5 d_6 + 1 \end{bmatrix}$$

La comparación de la parte rotacional R_6^3 con la transformación del ángulo de Euler de Tación (2.51) muestra que θ_4 , θ_5 , θ_6 se puede identificar como los ángulos de Euler ϕ , θ y ψ con respecto al marco de coordenadas $o_3x_3y_3z_3$.

Suponga que ahora conectamos una muñeca esférica al manipulador cilíndrico del ejemplo 3.3.2 como se muestra en la figura 3.9. Tenga en cuenta que el eje de rotación de

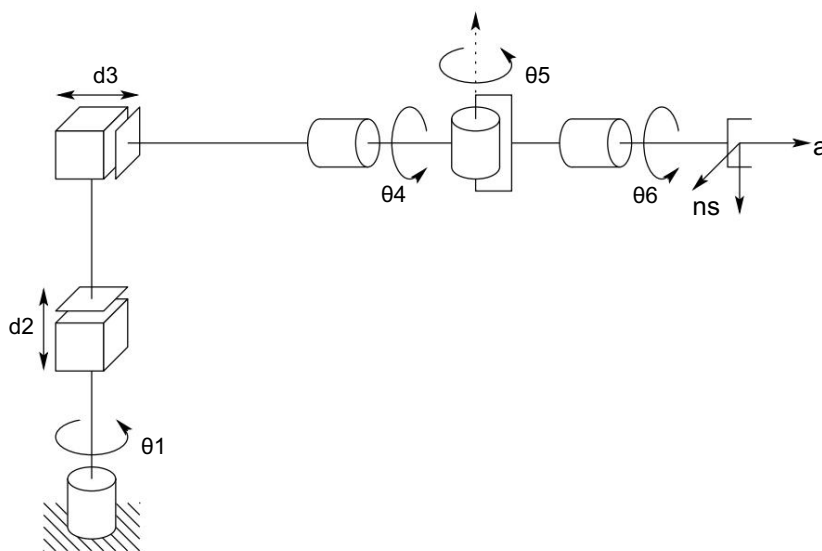


Figura 3.9: Robot cilíndrico con muñeca esférica.

$$T_6^0 = T_3^0 T_6^3 \quad (3.33)$$
[illegible]

3.3. EJEMPLOS

89

dónde

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= c_1c_4c_5c_6 - c_1s_4s_6 + s_1s_5c_6 \\
 r_{21} &= s_1c_4c_5c_6 - s_1s_4s_6 - c_1s_5c_6 \\
 r_{31} &= -s_4c_5c_6 - c_4s_6 \\
 r_{12} &= -c_1c_4c_5s_6 - c_1s_4c_6 - s_1s_5c_6 \\
 r_{22} &= -s_1c_4c_5s_6 - s_1s_4s_6 + c_1s_5c_6 \\
 r_{32} &= s_4c_5c_6 - c_4c_6 \\
 r_{13} &= c_1c_4s_5 - s_1c_5 \\
 r_{23} &= s_1c_4s_5 + c_1c_5 \\
 r_{33} &= -s_4s_5 \\
 dx &= c_1c_4s_5d_6 - s_1c_5d_6 - s_1d_3 \quad dy = \\
 &= s_1c_4s_5d_6 + c_1c_5d_6 + c_1d_3 \quad dz = \\
 &= -s_4s_5d_6 + d_1 + d_2.
 \end{aligned}$$

Observe cómo la mayor parte de la complejidad de la cinemática directa de este manipulador resulta de la orientación del efector final, mientras que la expresión de la posición del brazo de (3.28) es bastante simple. La suposición de la muñeca esférica no solo simplifica aquí la derivación de la cinemática directa, sino que también simplificará en gran medida el problema de la cinemática inversa en el próximo capítulo.

Ejemplo 3.5 Manipulador de Stanford

Considere ahora el manipulador de Stanford que se muestra en la figura 3.10. Este manipulador es un ejemplo de un manipulador esférico (RRP) con una muñeca esférica. Este manipulador tiene un desplazamiento en la articulación del hombro que complica ligeramente los problemas de cinemática directa e inversa.

Primero establecemos los marcos de coordenadas conjuntas usando la convención DH como se muestra. Los parámetros del enlace se muestran en la Tabla 3.4.

Es sencillo calcular las matrices A_i como

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

3.3. EJEMPLOS

91

$$A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 & s_5 & 0 \\ -c_5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 & c_6 & 0 \\ s_6 & 0 & 0 & 1 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

T_6^0 entonces se da como

$$T_6^0 = A_1 \cdot \dots \cdot A_6 \quad (3.41)$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & dx & r_{21} \\ r_{22} & r_{23} & dy & r_{31} & r_{32} \\ r_{33} & dz & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

dónde

$$\begin{aligned} r_{11} &= c_1[c_2(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_2s_5c_6] - d_2(s_4c_5c_6 + c_4s_6) \quad r_{21} \\ &= s_1[c_2(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_2s_5c_6] + c_1(s_4c_5c_6 + c_4s_6) \quad r_{31} = \\ &= -s_2(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - c_2s_5c_6 \quad r_{12} = \\ &= c_1[-c_2(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_2s_5s_6] - s_1(-s_4c_5s_6 + c_4c_6) \quad r_{22} = \\ &= -s_1[-c_2(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_2s_5s_6] + c_1(-s_4c_5s_6 + c_4c_6) \quad r_{32} = \\ &= s_2(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + c_2s_5s_6 \quad (3.43) \quad r_{13} = c_1(c_2c_4s_5 + s_2c_5) - s_1s_4s_5 \quad r_{23} = \\ &= s_1(c_2c_4s_5 + s_2c_5) + c_1s_4s_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{33} &= -s_2c_4s_5 + c_2c_5 \\ dx &= c_1s_2d_3 - s_1d_2 + d_6(c_1c_2c_4s_5 + c_1c_5s_2 - s_1s_4s_5) \quad dy = \\ &= s_1s_2d_3 + c_1d_2 + d_6(c_1s_4s_5 + c_2c_4s_1s_5 + c_5s_1s_2) \quad dz = \\ &= c_2d_3 + d_6(c_2c_5 - c_4s_2s_5). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Ejemplo 3.6 Manipulador SCARA

Como otro ejemplo del procedimiento general, considere el manipulador SCARA de la figura 3.11. Este manipulador, que es una abstracción del robot AdeptOne de la figura 1.11, consta de un brazo RRP y una muñeca de un grado de libertad, cuyo movimiento es un giro sobre el eje vertical. La primera

92CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

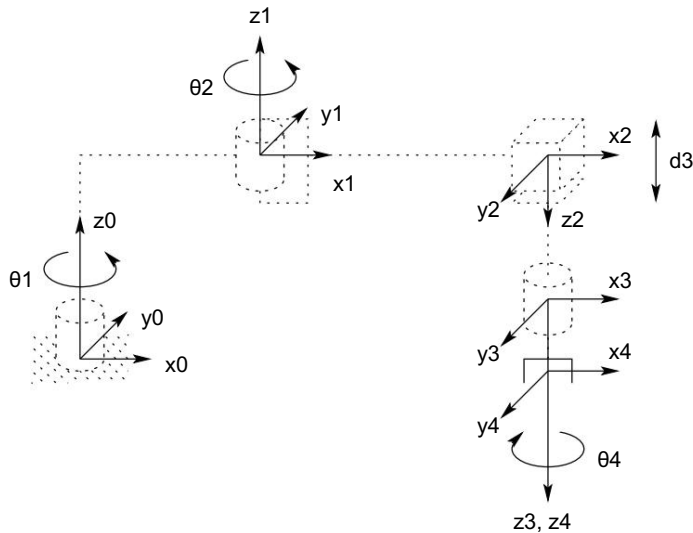


Figura 3.11: Asignación del marco de coordenadas DH para el manipulador SCARA.

Tabla 3.5: Parámetros conjuntos para SCARA.

Enlace	a_i	α_i	d_i	θ_i	a_1	0
1	0		a_2	180	0	
2		0	0			
3	0					
4	0		0	d_4		

variable conjunta

El paso es ubicar y etiquetar los ejes de las articulaciones como se muestra. Dado que todos los ejes de las articulaciones son paralelos, tenemos cierta libertad en la ubicación de los orígenes. Los orígenes se colocan como se muestra por conveniencia. Establecemos el eje x_0 en el plano de la página como se muestra. Esto es completamente arbitrario y solo afecta la configuración cero del manipulador, es decir, la posición del manipulador cuando $\theta_1 = 0$.

Los parámetros conjuntos se dan en la Tabla 3.5, y las matrices A son como

3.3. EJEMPLOS

93

sigue.

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 & s_1 \\ c_1 & 0 & a_1 s_1 & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ c_2 & s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & -c_2 & 0 & a_2 s_2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & & & & \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & & & \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 & s_4 \\ c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & & \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Por lo tanto, las ecuaciones cinemáticas directas están dadas por

$$T_4^0 = A_1 \cdots A_4 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 c_4 + s_1 s_2 s_4 & -c_1 c_2 s_4 + s_1 s_2 c_4 & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_1 c_2 \\ s_1 c_2 c_4 - c_1 s_2 s_4 & -s_1 c_2 s_4 - c_1 s_2 c_4 & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_1 c_2 \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.49).$$

3.4 Problemas

1. Verifique el enunciado después de la Ecuación (3.18) de que la matriz de rotación R tiene la forma (3.16) siempre que se satisfagan los supuestos DH1 y DH2.
2. Considere el manipulador plano de tres vínculos que se muestra en la figura 3.12. Derivar

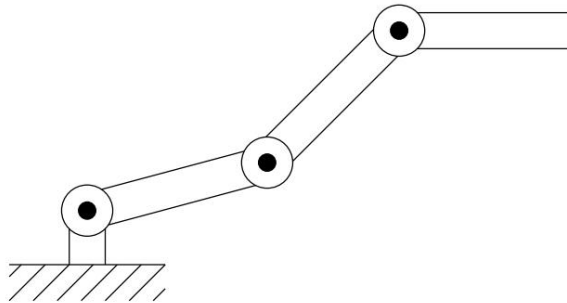


Figura 3.12: Brazo plano de tres vínculos del problema 3-2.

las ecuaciones cinemáticas directas utilizando la convención DH.

3. Considere el manipulador cartesiano de dos vínculos de la figura 3.13. Derivar

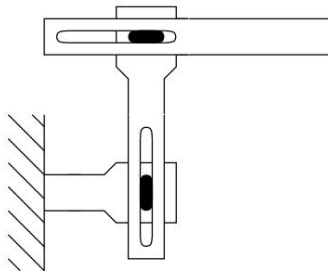


Figura 3.13: Robot cartesiano de dos vínculos del problema 3-3.

las ecuaciones cinemáticas directas utilizando la convención DH.

4. Considere el manipulador de dos vínculos de la figura 3.14 que tiene la articulación 1 giratoria y la articulación 2 prismática. Derive las ecuaciones cinemáticas directas utilizando la convención DH.
5. Considere el manipulador plano de tres vínculos de la figura 3.15 Deduzca el Ecuaciones cinemáticas directas utilizando la convención DH.

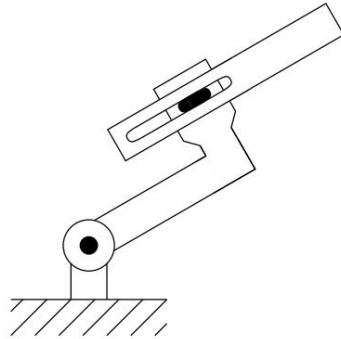


Figura 3.14: Brazo plano de dos vínculos del problema 3-4.

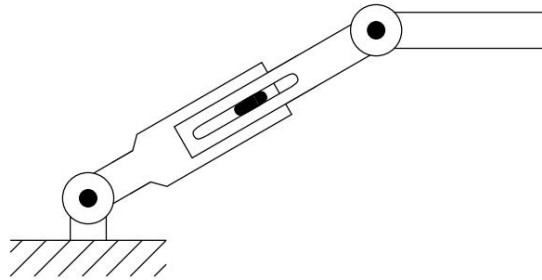


Figura 3.15: Brazo plano de tres eslabones con articulación prismática del problema 3-5.

6. Considere el robot articulado de tres eslabones de la figura 3.16. derive el Ecuaciones cinemáticas directas utilizando la convención DH.
7. Considere el manipulador cartesiano de tres vínculos de la figura 3.17. Derive las ecuaciones cinemáticas directas utilizando la convención DH.
8. Conecte una muñeca esférica al manipulador articulado de tres eslabones del problema 3-6 como se muestra en la figura 3.18. Derive las ecuaciones cinemáticas directas para este manipulador.
9. Conecte una muñeca esférica al manipulador cartesiano de tres vínculos del problema 3-7, como se muestra en la figura 3.19. Derive las ecuaciones cinemáticas directas para este manipulador.
10. Considere el manipulador PUMA 260 que se muestra en la figura 3.20. Derive el conjunto completo de ecuaciones cinemáticas directas, estableciendo marcos de coordenadas DH apropiados, construyendo una tabla de parámetros de enlace, formando las matrices A , etc.

96CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

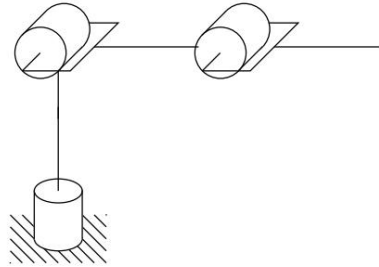


Figura 3.16: Robot articulado de tres brazos.

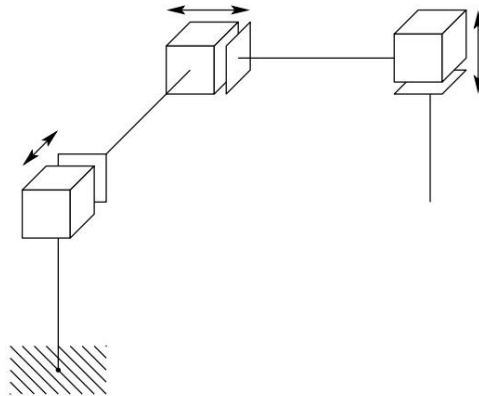


Figura 3.17: Robot cartesiano de tres enlaces.

11. Repita el problema 3-9 para el robot Rhino XR-3 de cinco grados de libertad que se muestra en la figura 3.21. (Nota: debe reemplazar la muñeca Rhino con la muñeca esférica).
12. Suponga que un Rhino XR-3 está atornillado a una mesa sobre la cual se establece un marco de coordenadas $o_x s_y s_z s_z s_z$ como se muestra en la Figura 3.22. (El marco $o_x s_y s_z s_z s_z$ a menudo se conoce como el marco de la estación). Dado el marco base que estableció en el problema 3-11, encuentre la transformación homogénea T que relaciona el marco base con el marco de la estación. Encuentre relacionando el marco la transformación homogénea T es el marco del efector final con de la estación. ¿Cuál es la posición y orientación del efector final en el marco de la estación cuando $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_5 = 0$?
13. Considere el robot GMF S-400 que se muestra en la figura 3.23 Dibuje la representación simbólica de este manipulador. Establezca marcos de coordenadas DH y escriba las ecuaciones cinemáticas directas.

3.4. PROBLEMAS

97

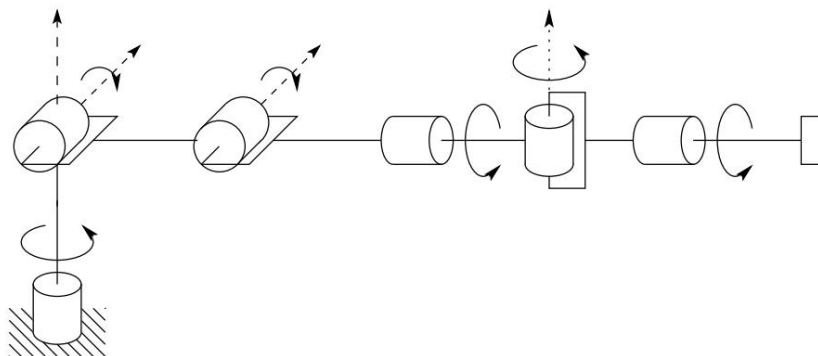


Figura 3.18: Manipulador de codo con muñeca esférica.

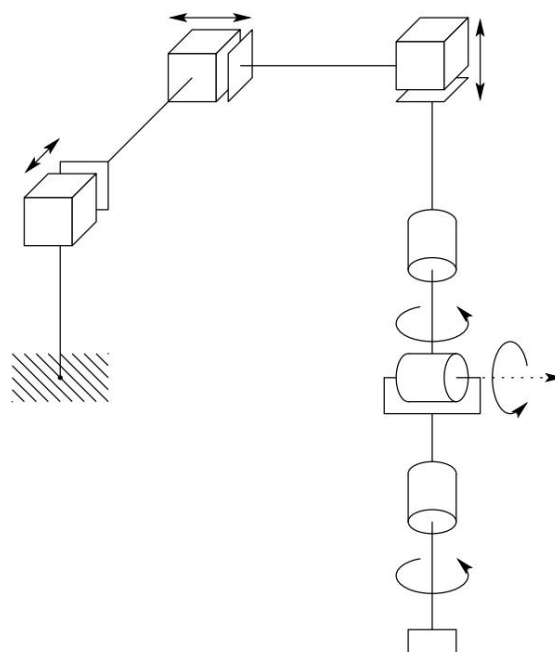


Figura 3.19: Manipulador cartesiano con muñeca esférica.

98CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

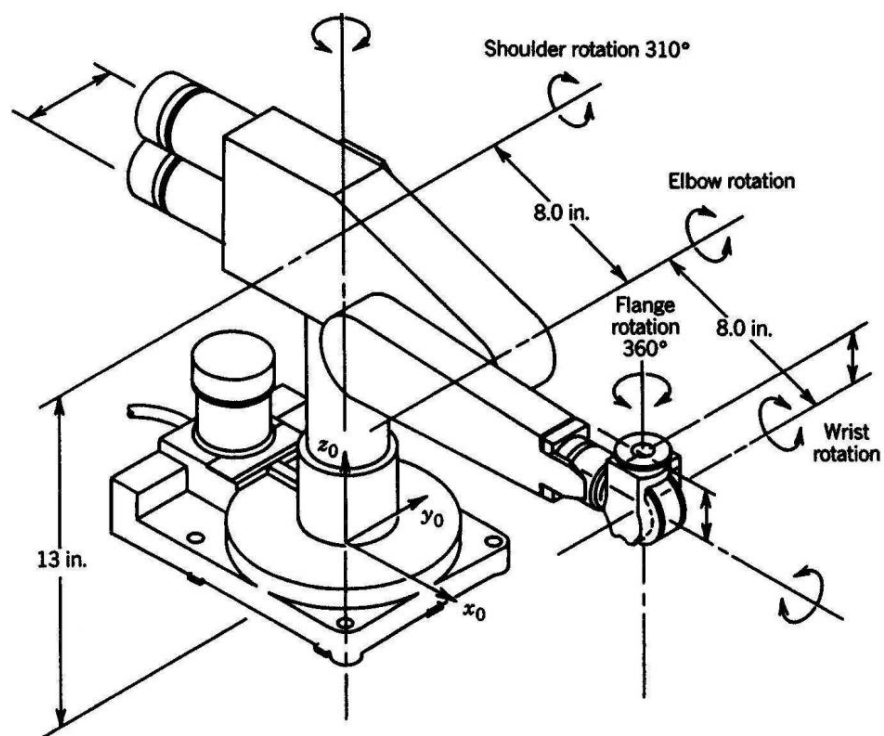


Figura 3.20: Manipulador PUMA 260.

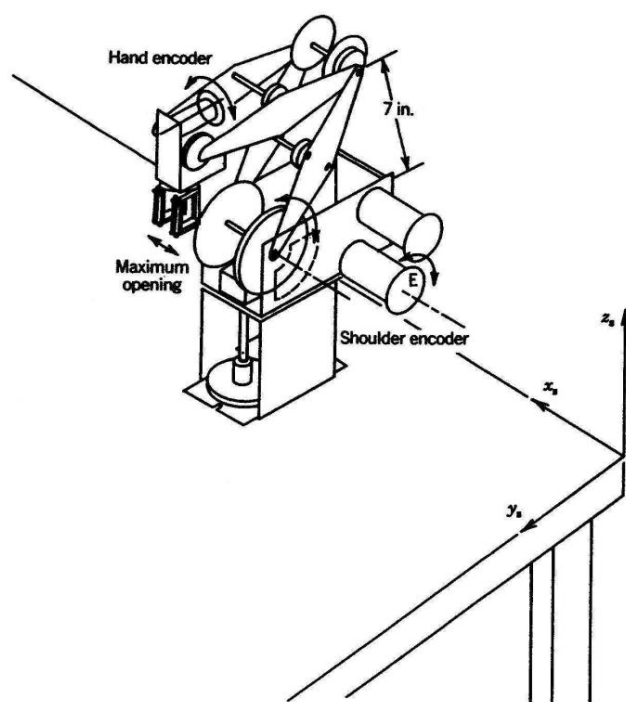


Figura 3.21: Robot Rhino XR-3.

100CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG

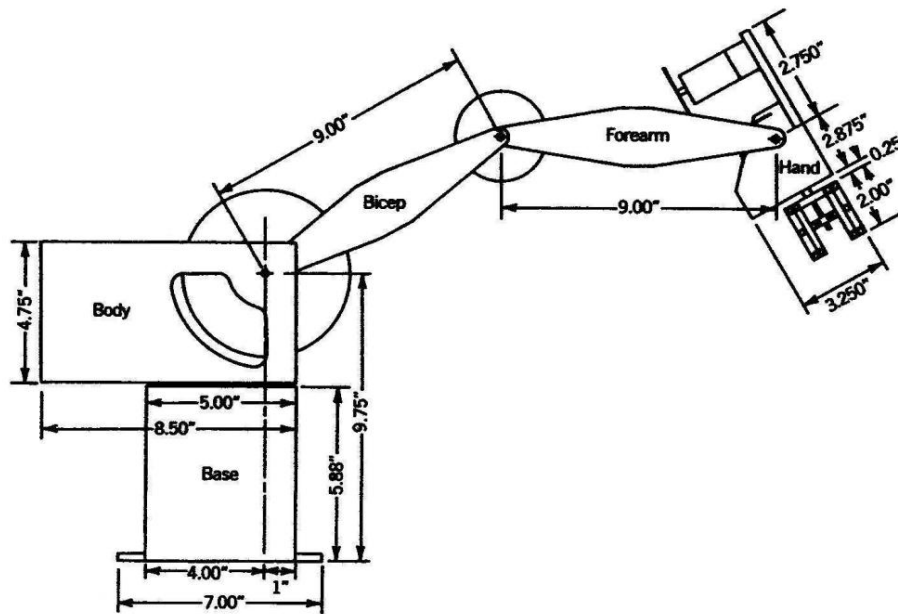


Figura 3.22: Robot Rhino sujeto a una mesa. De: Ingeniería de un robot
Libro de texto, por Mohsen Shahinpoor. Copyright 1987, Harper & Row Publishers, Inc.

3.4. PROBLEMAS

101

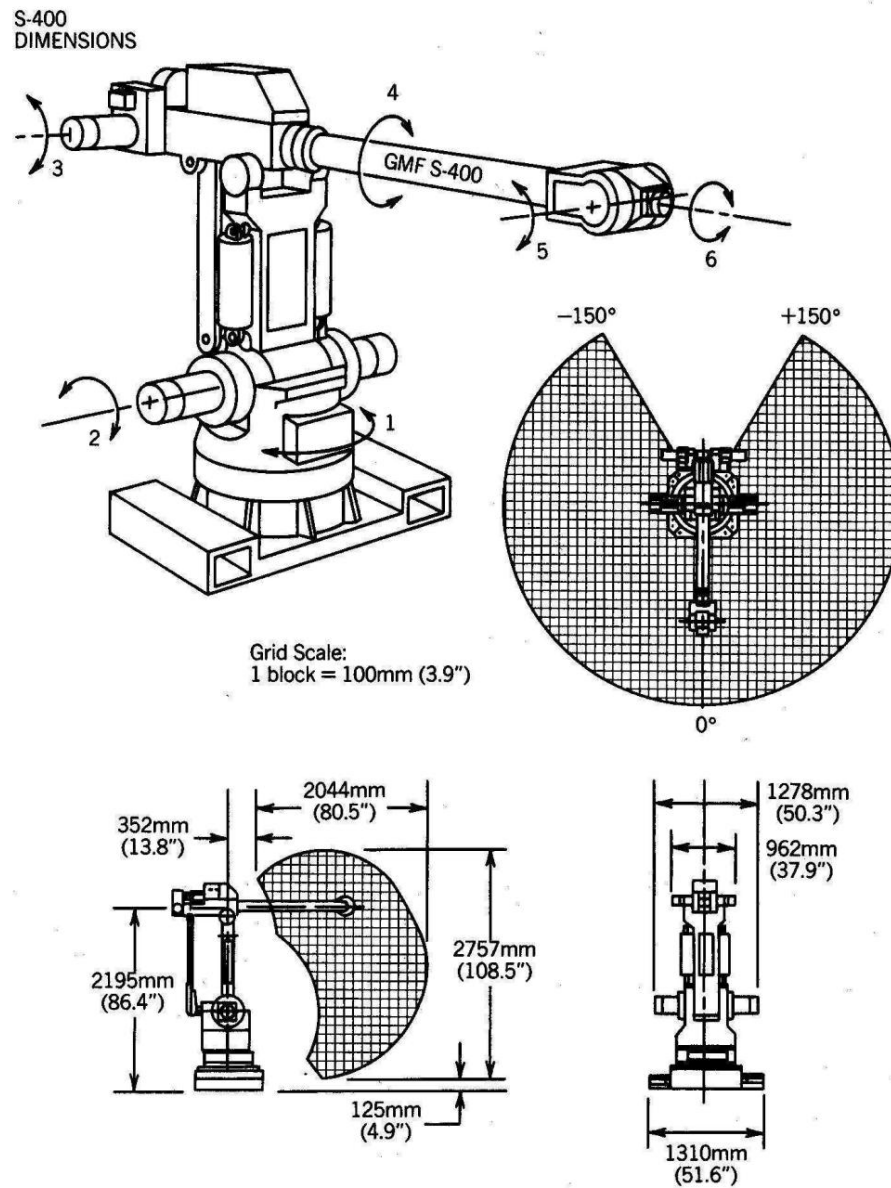


Figura 3.23: Robot GMF S-400. (Cortesía de GMF Robótica.)

102CAPÍTULO 3. CINEMÁTICA AVANZADA: LA CONVENCION DE DENAVIT-HARTENBERG